E. N. S. I. P 1975

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

DURÉE : 2 heures

Soient un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé, et une constante $a > 0$.

Un point M variable décrit la courbe (C_0) définie par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = a(t + \sin t) \\ y = a \cos t \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi]$$

1° Construire (C_0).

2° Sur chaque normale à (C_0), on porte à partir de M, *dans le sens des x décroissants*, un segment MP de longueur $m \geqslant 0$.

a. Écrire les équations paramétriques de la courbe (C_m) décrite par P.

b. Trouver l'ensemble des points des courbes (C_m) où la tangente est parallèle à Oy. Existe-t-il des courbes (C_m) tangentes à Oy?

c. Les courbes (C_m) ont-elles des points de rebroussement? Déterminer l'ensemble (L) de ces points.

d. Construire sur un même graphique (L) et quelques-unes des courbes (C_m), de manière à mettre en évidence la façon dont l'allure de ces courbes varie avec m.

3° Calculer la longueur de (C_m). Donner une valeur numérique approchée du résultat dans le cas $a = 1$, $m = 2\sqrt{2}$.

4° Trouver, dans le cas $m = 4a$, le centre d'inertie de la courbe (C_m) supposée homogène.

5° Soit (D) le domaine plan limité par les demi-axes positifs Ox, Oy et par l'arc de (C_0) obtenu pour $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Calculer la valeur de l'intégrale double :

$$\iint_{(D)} y \, dx \, dy$$

(pour cette question et pour la suivante, on demande la valeur exacte du résultat, et non des valeurs numériques approchées).

6° On adjoint aux axes donnés un troisième axe Oz formant avec eux un repère orthonormé direct. On considère le cône ayant (D) pour base, et le point (0, 0, a) pour sommet.

Calculer la valeur de l'intégrale triple :

$$\iiint z \, dx \, dy \, dz$$

étendue au domaine constitué par l'intérieur de ce cône, ce dernier étant limité par sa base (D) et son sommet.

N. B. — *Il est vivement recommandé aux candidats de présenter avec soin et netteté les résultats et les graphiques.*

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail